

УДК 004.75

## КОЭФФИЦИЕНТ ГОТОВНОСТИ СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ С ОСНОВНЫМ И РЕЗЕРВНЫМ УЗЛАМИ

Рахман П.А.

*ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный нефтяной технический университет»,  
Филиал в г. Стерлитамаке, Россия, e-mail: pavelar@yandex.ru*

Рассматриваются системы обработки данных с двумя узлами, упрощенная модель надежности дублированной системы на базе модели восстанавливаемых элементов и усовершенствованная модель системы с основным и резервным узлом на базе модели элементов с тремя состояниями с учетом конечного времени активации узлов и различной интенсивности отказов основного и резервного узлов. Также приводятся аналитические формулы для расчета коэффициента готовности системы обработки данных с основным и резервным узлами, и примеры расчета для различных случаев.

**Ключевые слова:** система обработки данных, восстанавливаемый элемент, коэффициент готовности, Цепь Маркова с непрерывным временем

## AVAILABILITY FACTOR OF DATA PROCESSING SYSTEM WITH PRIMARY AND BACKUP NODES

Rahman P.A.

*Ufa State Petroleum Technological University, Sterlitamak branch,  
Russian Federation, e-mail: pavelar@yandex.ru*

This paper deals with dual-node fault-tolerant data processing systems, which are widely used as high-reliable data processing systems and have acceptable overhead expenses in hardware implementation. Simplified reliability model for duplex systems and advanced model for data processing systems with primary and backup nodes based on three-state model of recoverable elements, which takes into consideration finite time of node activation and different failure rates of active and passive nodes, are also observed in this paper. Mathematical solution of reliability model, calculation formula for availability factor of data processing system with primary and backup nodes and calculation examples are also provided.

**Keywords:** Data processing system, high-availability cluster, Markov chain, availability factor

### Введение

В настоящее время наблюдается бурное развитие информационных технологий и их внедрение в самые различные сферы деятельности человека. С информацией человек имеет дело ежедневно – создает, хранит и обрабатывает, передает ее, используя персональные компьютеры и мобильные устройства. На предприятиях используются специализированные системы хранения и обработки данных, на базе которых функционируют информационные системы, обеспечивающие те или иные бизнес-процессы предприятия.

Особое место в современном мире занимают распределенные системы обработки и хранения данных, в частности, кластеры высокой готовности для систем управления базами данных, обеспечивающие отказоустойчивое хранение и обработку данных. Для таких систем важно знать их показатели надежности для оценки рисков для бизнес-процессов и степени снижения этих рисков за счет применения отказоустойчивых технологий. В такой ситуации разработка моделей надежности и анализ показателей надежности систем обработки данных является достаточно актуальной задачей.

На сегодняшний день существует множество обобщенных моделей надежности и методов расчетов показателей надежности, изложенных в отечественной литературе [1, 2], и ряд упрощенных моделей для вычислительных систем и сетей, изложенных в зарубежной литературе [3]. Однако эти модели, в основном базируются на модели восстанавливаемых элементов и не учитывают специфику систем обработки данных, различную интенсивность отказов в различных режимах работы узлов, конечное время подключения резервного узла.

В такой ситуации возникает необходимость в разработке специализированной модели надежности кластера высокой готовности и выведении расчетных формул для показателей надежности. Соответственно, в рамках научных исследований автора в области надежности систем обработки и передачи данных [4-10] перед автором возникла научная задача разработки специализированной модели надежности системы с основным и резервным узлами обработки данных, для последующего использования полученных результатов при проектировании систем обработки данных для промышленных предприятий.

Упрощенная модель надежности дублированной системы. В упрощенной модели надежности дублированной системы мы рассматриваем узлы обработки данных как простейшие восстанавливаемые элементы с двумя состояниями: работоспособный и неработоспособный (рис. 1). Работоспособный узел отказывает с интенсивностью  $\lambda_A$  и переходит в неработоспособное состояние. Неработоспособный узел восстанавливается с интенсивностью  $\mu_N$  и переходит в работоспособное состояние.

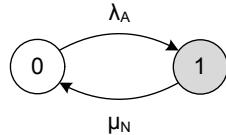


Рис. 1. Граф состояний узла с двумя состояниями

В дублированной системе с независимыми узлами оба узла могут находиться одном из двух состояний независимо друг от друга, и система считается готовой обслуживать запросы пользователей, когда хотя бы один из узлов находится в работоспособном состоянии.

Боле того, одни и те же запросы пользователей могут одновременно обрабатываться на обоих узлах, если оба узла работоспособны. Рассмотрим множество состояний системы:

Состояние 0 – оба узла работоспособны и обрабатывают запросы пользователей. Из этого состояния система с интенсивностью  $2\lambda_A$  (отказ одного из работоспособных узлов) может перейти в состояние 1.

Состояние 1 – один из узлов работоспособен и обрабатывает запросы пользователей, другой неработоспособен. Из этого состояния система либо с интенсивностью  $\lambda_A$  (отказ работоспособного узла) может перейти в состояние 2, либо с интенсивностью  $\mu_N$  (восстановление неработоспособного узла) перейти в состояние 0.

Состояние 2 – оба узла неработоспособны, и система не обрабатывает запросы пользователей. Из этого состояния система с интенсивностью  $2\mu_N$  (восстановление одного из неработоспособных узлов) может перейти в состояние 1.

Тогда, с учетом вышесказанного имеем следующий граф состояний (рис. 2):

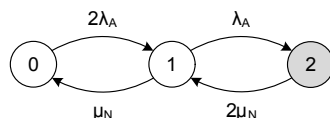


Рис. 2. Упрощенная модель надежности дублированной системы

Математическая модель (система уравнений Колмогорова-Чепмена):

$$\begin{cases} P_0(0) = 1; P_1(0) = 0; P_2(0) = 0; \\ P_0(t) + P_1(t) + P_2(t) = 1; \\ \frac{dP_0(t)}{dt} = -2\lambda_A P_0(t) + \mu_N P_1(t); \\ \frac{dP_1(t)}{dt} = 2\lambda_A P_0(t) - (\lambda_A + \mu_N)P_1(t) + 2\mu_N P_2(t); \\ \frac{dP_2(t)}{dt} = \lambda_A P_1(t) - 2\mu_N P_2(t). \end{cases}$$

Мы ограничимся выводом аналитического решения для стационарного случая при  $t \rightarrow \infty$ , когда марковский процесс становится установившимся, и производные вероятностей по времени стремятся к нулю. Тогда мы имеем дело с системой алгебраических уравнений, и, решая ее, получаем формулы для стационарных вероятностей всех состояний:

$$P_0(\infty) = \frac{\mu_N^2}{(\mu_N + \lambda_A)^2};$$

$$P_1(\infty) = \frac{2\mu_N \lambda_A}{(\mu_N + \lambda_A)^2};$$

$$P_2(\infty) = \frac{\lambda_A^2}{(\mu_N + \lambda_A)^2}.$$

Соответственно, стационарный коэффициент готовности дублированной системы, с учетом того, что в состояниях 0 и 1 система обрабатывает запросы пользователей:

$$K_{DS} = P_0(\infty) + P_1(\infty) = \frac{\mu_N(\mu_N + 2\lambda_A)}{(\mu_N + \lambda_A)^2}. \quad (1)$$

Модель системы с основным и резервными узлами. Для учета конечного времени подключения резерва и учета различной интенсивности отказов узлов в нагруженном и ненагруженном режимах в усовершенствованной модели системы будем рассматривать узлы как элементы с тремя состояниями: пассивный, активный и неработоспособный (рис. 3).

Только в активном состоянии узел обрабатывает запросы пользователей. Пассивный узел либо отказывает с интенсивностью  $\lambda_p$  и переходит в неработоспособное состояние, либо переходит в активное состояние с интенсивностью  $\gamma_N$ . Активный узел отказывает с интенсивностью  $\lambda_A$  и переходит в неработоспособное состояние. Неработоспособный узел восстанавливается с интенсивностью  $\mu_N$  и переходит в пассивное состояние.

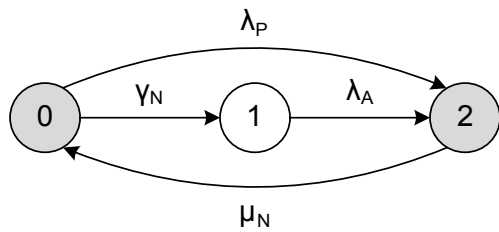


Рис. 3. Граф состояний узла с тремя состояниями

Будем считать, что в системе с одним основным и одним резервным узлом в каждый момент времени только один узел может быть активным (иметь доступ к общей базе данных и обрабатывать запросы пользователей). Соответственно, если оба узла находятся в пассивном состоянии, то только один из них переводится в активное состояние. Что касается отказов и восстановлений узлов, для упрощения модели будем считать, что узлы независимы по отказам и восстановлениям. Рассмотрим множество состояний системы:

Состояние 0 – оба узла работоспособны, но пассивны. Из этого состояния система с интенсивностью  $\gamma_N$  (активация одного пассивного узла, используемого в качестве основного) может перейти в состояние 1, либо с интенсивностью  $2\lambda_p$  (отказ любого из двух пассивных узлов) перейти в состояние 2.

Состояние 1 – оба узла работоспособны, и один из узлов активен, другой – пассивен. Из этого состояния система с интенсивностью  $\lambda_A$  (отказ активного узла) может перейти в состояние 2, либо с интенсивностью  $\lambda_p$  (отказ пассивного узла) перейти в состояние 3. В состоянии 1 система может обрабатывать запросы пользователей.

Состояние 2 – один узел неработоспособен, другой работоспособен, но пассивен. Из этого состояния система с интенсивностью  $\gamma_N$  (активация пассивного узла) может перейти в состояние 3, либо с интенсивностью  $\lambda_p$  (отказ пассивного узла) перейти в состояние 4, либо с интенсивностью  $\mu_N$  (восстановление неработоспособного узла) перейти в состояние 0.

Состояние 3 – один узел неработоспособен, другой работоспособен и активен. Из этого состояния система с интенсивностью  $\lambda_A$  (отказ активного узла) может перейти в состояние 4, либо с интенсивностью  $\mu_N$  (восстановление неработоспособного узла) перейти в состояние 1. В состоянии 3 система может обрабатывать запросы пользователей.

Состояние 4 – оба узла неработоспособны. Из этого состояния система с интенсивностью  $2\mu_N$  (любой из двух неработоспо-

собных узлов может восстановиться) может перейти в состояние 2.

Тогда, с учетом вышесказанного имеем следующий граф состояний (рис. 4):

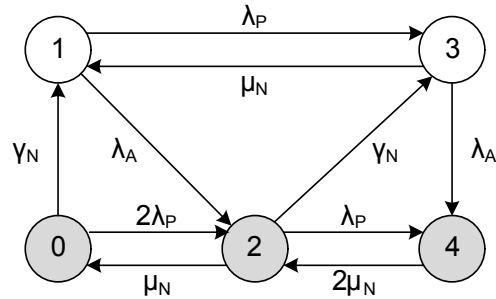


Рис. 4. Модель надежности системы с основным и резервным узлом

Математическая модель (система уравнений Колмогорова-Чепмена):

$$\left\{ \begin{aligned} P_0(0) &= 1; \quad P_1(0) = 0; \quad P_2(0) = 0; \quad P_3(0) = 0; \quad P_4(0) = 0; \\ P_0(t) + P_1(t) + P_2(t) + P_3(t) + P_4(t) &= 1; \\ \frac{dP_0(t)}{dt} &= -(2\lambda_p + \gamma_N)P_0(t) + \mu_N P_2(t); \\ \frac{dP_1(t)}{dt} &= \gamma_N P_0(t) - (\lambda_A + \lambda_p)P_1(t) + \mu_N P_3(t); \\ \frac{dP_2(t)}{dt} &= 2\lambda_p P_0(t) + \lambda_A P_1(t) - (\mu_N + \lambda_p + \gamma_N)P_2(t) + 2\mu_N P_4(t); \\ \frac{dP_3(t)}{dt} &= \lambda_p P_1(t) + \gamma_N P_2(t) - (\mu_N + \lambda_A)P_3(t); \end{aligned} \right.$$

Мы ограничимся выводом аналитического решения для стационарного случая при  $t \rightarrow \infty$ , когда марковский процесс становится установившимся, и производные вероятностей по времени стремятся к нулю. Тогда мы имеем дело с системой алгебраических уравнений, и, решая ее, получаем формулы для стационарных вероятностей всех состояний:

$$\left\{ \begin{aligned} P_0(\infty) &= 2\mu_N^2 \lambda_A (\mu_N + \lambda_A + \lambda_p) \frac{1}{\Psi}; \\ P_1(\infty) &= 2\mu_N^2 \gamma_N (\mu_N + \gamma_N + 2\lambda_p + \lambda_A) \frac{1}{\Psi}; \\ P_2(\infty) &= 2\mu_N \lambda_A (\gamma_N + 2\lambda_p) (\mu_N + \lambda_A + \lambda_p) \frac{1}{\Psi}; \\ P_3(\infty) &= 2\mu_N \gamma_N (\mu_N \lambda_p + (\gamma_N + 2\lambda_p)(\lambda_A + \lambda_p)) \frac{1}{\Psi}; \\ P_4(\infty) &= \lambda_A (\gamma_N + \lambda_p) (2\mu_N \lambda_p + (\gamma_N + 2\lambda_p)(\lambda_A + \lambda_p)) \frac{1}{\Psi}; \\ \Psi &= 2\mu_N (\gamma_N + \lambda_A) (\mu_N + \gamma_N + 2\lambda_p) (\mu_N + \lambda_A + \lambda_p) + \lambda_A (\gamma_N + \lambda_p) (2\mu_N \lambda_p + (\gamma_N + 2\lambda_p)(\lambda_A + \lambda_p)). \end{aligned} \right.$$

Тогда, с учетом того, что система обрабатывает запросы пользователей только в состояниях 1 и 3, получаем стационарный коэффициент готовности  $K_{AP} = P_1(\infty) + P_3(\infty)$ :

$$K_{AP} = \frac{\gamma_N}{(\gamma_N + \lambda_A) \left( 1 + \frac{\lambda_A (\gamma_N + \lambda_p) (2\mu_N \lambda_p + (\gamma_N + 2\lambda_p)(\lambda_A + \lambda_p))}{2\mu_N (\gamma_N + \lambda_A) (\mu_N + \gamma_N + 2\lambda_p) (\mu_N + \lambda_A + \lambda_p)} \right)} \quad (2)$$

Примечание 1. При быстрой активации узлов  $\gamma_N \rightarrow \infty$ , коэффициент готовности:

$$K_{AP} \rightarrow \frac{2\mu_N(\mu_N + \lambda_A + \lambda_P)}{2\mu_N(\mu_N + \lambda_A + \lambda_P) + \lambda_A(\lambda_A + \lambda_P)}$$

Если при этом еще интенсивности отказов активного и пассивного узлов совпадают  $\lambda_A = \lambda_P$ , то приходим к упрощенной формуле

$$K_{AP} \rightarrow \frac{\mu_N(\mu_N + 2\lambda_A)}{(\mu_N + \lambda_A)^2}$$

### Пример расчета коэффициента готовности

Пусть имеется система с двумя узлами обработки данных. Интенсивность отказов активного узла  $\lambda_A = 1/8760$  час<sup>-1</sup> (в среднем раз в год). Интенсивность восстановления узла:  $\mu_N = 1/24$  час<sup>-1</sup> (восстановление в среднем в течение 24 часов).

Что касается интенсивности отказов и интенсивности активации пассивного узла, рассмотрим три случая:

Горячий резерв с быстрой активацией: интенсивность отказов пассивного узла  $\lambda_P = 1/8760$  час<sup>-1</sup>, интенсивность активации  $\gamma_N = 1200$  час<sup>-1</sup> (в среднем активация происходит в течение 3 секунд).

Теплый резерв со средней активацией: интенсивность отказов пассивного узла  $\lambda_P = 1/17520$  час<sup>-1</sup>, интенсивность активации  $\gamma_N = 20$  час<sup>-1</sup> (в среднем активация происходит в течение 3 минут).

Холодный резерв с медленной активацией: интенсивность отказов пассивного узла  $\lambda_P = 0$  час<sup>-1</sup>, интенсивность активации  $\gamma_N = 1/3$  час<sup>-1</sup> (в среднем активация происходит в течение 3 часов).

В упрощенной модели для дублированной системы во всех трех случаях по формуле 1 мы получаем коэффициент готовности:

$$K_{DS} \approx 0,9999925349$$

В усовершенствованной модели системы с основным и резервным элементом по формуле 2 мы получаем:

В случае горячего резерва с быстрой активацией:

$$K_{AP} \approx 0,9999924397$$

В случае теплого резерва со средней активацией:

$$K_{AP} \approx 0,9999886897$$

В случае холодного резерва с медленной активацией:

$$K_{AP} \approx 0,99996543268$$

Нетрудно заметить, что усовершенствованная модель, учитывающая конечное вре-

мя активации узлов и различные интенсивности отказов в активном и пассивном состояниях, дает более низкую и реалистичную оценку коэффициента готовности системы с основным и резервным узлом, нежели чем известная упрощенная модель.

### Заключение

Таким образом, в рамках данной статьи рассмотрена предложенная автором модель надежности системы обработки данных с одним основным и одним резервным узлом. Выведены формулы для расчета коэффициента готовности системы. Также приведен пример расчета коэффициента готовности для различных случаев.

Полученные теоретические результаты использовались в многолетней практике эксплуатации, развития и проектирования систем хранения и обработки данных НИУ МЭИ (ГУ), Балаковской АЭС, ОАО «Красный Пролетарий» и ряда других предприятий.

### Список литературы

1. Черкесов Г.Н. Надежность аппаратно-программных комплексов. СПб.: Питер, 2005.
2. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надежности. 2-е изд. СПб.: БХВ-Петербург, 2006.
3. Martin L. Shooman. Reliability of computer systems and networks. John Wiley & Sons Inc., 2002.
4. Каяшев А.И., Рахман П.А., Шарипов М.И. Анализ показателей надежности двухуровневых магистральных сетей // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. 2014. Т. 18. № 2 (63). С. 197-207.
5. Каяшев А.И., Рахман П.А., Шарипов М.И. Анализ показателей надежности локальных компьютерных сетей // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. 2013. Т. 17. № 5 (58). С. 140-149.
6. Каяшев А.И., Рахман П.А., Шарипов М.И. Анализ показателей надежности избыточных дисковых массивов // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. 2013. Т. 17. № 2 (55). С. 163-170.
7. Рахман П.А., Каяшев А.И., Шарипов М.И. Марковская цепь гибели и размножения в моделях надежности технических систем // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. 2015. Т. 19. № 1. С. 140-154.
8. Рахман П.А., Каяшев А.И., Шарипов М.И. Модель надежности отказоустойчивой пограничной маршрутизации с двумя интернет-провайдерами // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. 2015. Т. 19. № 1. С. 131-139.
9. Рахман П.А., Каяшев А.И., Шарипов М.И. Модель надежности отказоустойчивых систем хранения данных // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. 2015. Т. 19. № 1. С. 155-166.
10. Рахман П.А., Шарипов М.И. Модель надежности двухузлового кластера приложений высокой готовности в системах управления предприятием // Экономика и менеджмент систем управления, 2015. № 3 (17). С. 85-102.