УДК 539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ БЕЗОПАСНОСТИ ПО НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ДЫМОВЫХ ТРУБ С ОСНОВАНИЕМ ПРИ ВЗРЫВЕ АТОМНОЙ БОМБЫ В НАГАСАКИ

Мусаев В.К.

МЭСИ, Москва, e-mail: musayev-vk@yandex.ru

Рассматриваются некоторые вопросы численного моделирования упругих волн напряжений в упругой полуплоскости с дымовыми трубами при сосредоточенном взрывном воздействии в виде дельта функции. Для решения двумерной нестационарной динамической задачи математической теории упругости с начальными и граничными условиями используем метод конечных элементов в перемещениях. Задача решается методом сквозного счета, без выделения разрывов. Основные соотношения метода конечных элементов получены с помощью принципа возможных перемещений. Линейная задача с начальными и граничными условиями приведена к линейной задаче Коши. Приводится попытка моделирования воздействия взрывной волны на сооружение с грунтовой и воздушной средами при взрыве атомной бомбы в Нагасаки. Полученные результаты показывают, что дымовые трубы уменьшают нормальные напряжения на границе сред в окрестности сооружения.

Ключевые слова: нестационарные волны, численный метод, перемещение, скорость перемещений, ускорение, напряжение, теория упругости, краевая задача, задача с начальными условиями, задача Коши, конечные элементы, треугольный конечный элемент, прямоугольный конечный элемент, контурный конечный элемент, методика, алгоритм, комплекс программ, дымовая труба, атомная бомба, Нагасаки

MODELING SECURITY ON THE CARRYING CAPACITY OF THE FLUE PIPE WITH THE GROUND WHEN THE EXPLOSION OF THE ATOMIC BOMB IN NAGASAKI

Musayev V.K.

MESI, Moscow, e-mail: musayev-vk@yandex.ru

Covers some aspects of numerical simulation of elastic stress waves in elastic half-plane with flue pipes with concentrated explosive impact in the form of a Delta function. For the solution of two-dimensional non-stationary dynamical problems of the mathematical theory of elasticity with initial and boundary conditions using the finite element method in the movements. The problem is solved by the method of end-to-end account, without allocation of breaks. The basic correlations of the finite element method is obtained using the principle of possible displacements. Linear problem with initial and boundary conditions are given by the linear Cauchy problem. Is the attempt to simulate the impact of a blast wave on the structure with soil and air environments in the explosion of the atomic bomb in Nagasaki. The results show that chimneys reduce the normal stress at the boundary between media in the vicinity of the structure.

Keywords: transient waves, numerical method, displacement, velocity, displacement, acceleration, strain, elasticity theory, boundary value problem, with initial conditions, the Cauchy problem, finite elements, triangular finite element, rectangular finite element, the contour of the finite element method, algorithm, program, chimney, atomic bomb, Nagasaki

Напряженное состояние волнового нагруженного тела может изменяться так быстро, что возникающие деформации и разрушения еще не успевают распространиться. После трехкратного или четырехкратного прохождения и отражения волн напряжений в теле процесс распространения возмущений становится установившимся, напряжения и деформации усредняются, тело находится в колебательном движении.

В работе [1] приводится следующая информация: «Если здание расположено близко к центру взрыва, то взрывная волна может его разрушить. С другой стороны, если здание находится на достаточном расстоянии, то оно может испытать лишь сотрясение. Когда атомная бомба была взорвана над Японией в конце второй мировой войны, это чудовищное оружие разрушило большое число сооружений, но – удивительное исключение – многие высокие трубы оказались неповрежденными. На фото XXIX показан город Нагасаки, снятый с точки, над которой разорвалась бомба (около полутора километров в стороне от центра группы заводских труб). На фото видны несколько труб, которые выстояли, несмотря на общее опустошение вокруг них».

На рис. 1 [10] показан город Нагасаки, снятый с расстояния около полутора километров в сторону от центра группы заводских труб, над которой разорвалась бомба. Видны несколько труб, которые выстояли (рис. 1).

Рассмотрим задачу о взрывном воздействии на сооружение (дымовая труба), которое находится в грунтовой и воздушной средах.

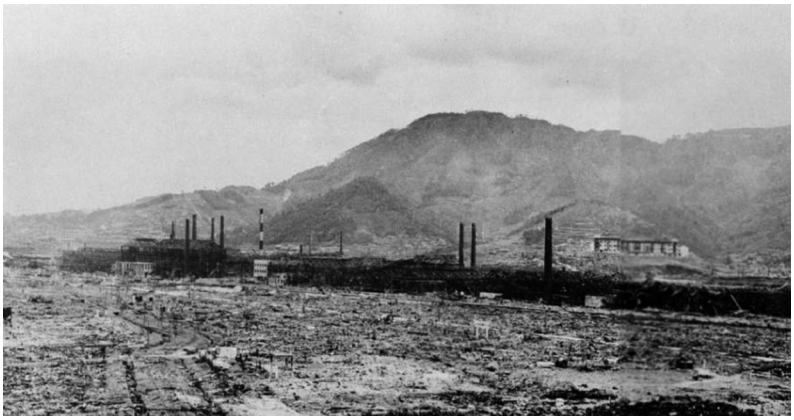

Рис. 1. Город Нагасаки после взрыва атомной бомбы в 1945 году

В работах [2–9] приведена информация о применении численного моделирования нестационарных волн напряжений в областях сложной формы.

Постановка задачи

Рассматриваемые физические процессы решаются с помощью методов математического моделирования. Рассмотрим некоторое тело, состоящее из двух разных областей $\Gamma^{(1)}$ (воздушная среда) и $\Gamma^{(2)}$ (грунтовая среда) (рис. 2) в прямоугольной декартовой системе координат *XOY*, которому в начальный момент времени $t = 0$ сообщается механическое воздействие.

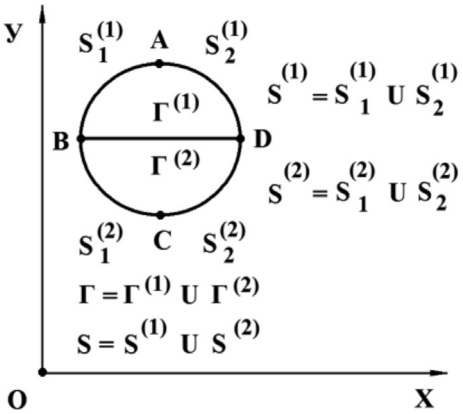

Рис. 2. Некоторое тело, состоящее из двух разных областей $\Gamma^{(1)}$ и $\Gamma^{(2)}$ в прямоугольной декартовой системе координат XOY

Предположим, что тело $\Gamma^{(1)}$ изготовлено из деформируемой воздушной среды и является однородным изотропным материалом, подчиняющегося упругому закону Гука при малых упругих деформациях. Если в деформируемом твердом теле предположим, что поперечная скорость распространения равна нулю, то можно получить уравнения состояния для воздушной среды.

Точные уравнения двумерной плоской динамической теории упругости для области $\Gamma^{(1)}$ имеют вид

$$\frac{\partial \sigma_x^{(1)}}{\partial x} = \rho^{(1)} \frac{\partial^2 u^{(1)}}{\partial t^2}, \ \frac{\partial \sigma_y^{(1)}}{\partial y} = \rho^{(1)} \frac{\partial^2 v^{(1)}}{\partial t^2}, \ (x, y) \in \Gamma^{(1)},$$

$$\sigma_x^{(1)} = \rho^{(1)} C_p^{2(1)} \varepsilon_x^{(1)} + \rho^{(1)} C_p^{2(1)} \varepsilon_y^{(1)}, \ \sigma_y^{(1)} = \rho^{(1)} C_p^{2(1)} \varepsilon_y^{(1)} + \rho^{(1)} C_p^{2(1)} \varepsilon_x^{(1)},$$

$$\varepsilon_x^{(1)} = \frac{\partial u^{(1)}}{\partial x}, \ \varepsilon_y^{(1)} = \frac{\partial v^{(1)}}{\partial y}, \ (x, y) \in (\Gamma^{(1)} \cup S^{(1)}), \qquad (1)$$

где: $\sigma_x^{(1)}$ и $\sigma_y^{(1)}$ – компоненты тензора упругих напряжений; $\varepsilon_x^{(1)}$ и $\varepsilon_y^{(1)}$ – компоненты тензора упругих деформаций; $u^{(1)}$ и $v^{(1)}$ – составляющие вектора упругих перемещений вдоль осей OX и OY соответственно; $\rho^{(1)}$ – плотность материала; $C_p^{(1)}$ – скорость продольной упругой волны; $S^{(1)}$ $(S^{(1)}{}_1 \cup S^{(1)}{}_2)$ – граничный контур тела $\Gamma^{(1)}$.

Систему (1) в области, занимаемой телом $\Gamma^{(1)}$, следует интегрировать при начальных и граничных условиях.

Точные уравнения двумерной плоской динамической теории упругости для области $\Gamma^{(2)}$ имеют вид

$$\frac{\partial \sigma_x^{(2)}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}^{(2)}}{\partial y} = \rho^{(2)} \frac{\partial^2 u^{(2)}}{\partial t^2}, \ \frac{\partial \tau_{yx}^{(2)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y^{(2)}}{\partial y} = \rho^{(2)} \frac{\partial^2 v^{(2)}}{\partial t^2}, \ (x, y) \in \Gamma^{(2)},$$

$$\sigma_x^{(2)} = \rho^{(2)} C_p^{2(2)} \varepsilon_x^{(2)} + \rho^{(2)} (C_p^{2(2)} - 2C_s^{2(2)}) \varepsilon_y^{(2)}, \ \sigma_y^{(2)} = \rho^{(2)} C_p^{2(2)} \varepsilon_y^{(2)} + \rho^{(2)} (C_p^{2(2)} - 2C_s^{2(2)}) \varepsilon_x^{(2)},$$

$$\tau_{xy}^{(2)} = \rho^{(2)} C_s^{2(2)} \gamma_{xy}^{(2)}, \ \varepsilon_x^{(2)} = \frac{\partial u^{(2)}}{\partial x}, \ \varepsilon_y^{(2)} = \frac{\partial v^{(2)}}{\partial y},$$

$$\gamma_{xy}^{(2)} = \frac{\partial u^{(2)}}{\partial y} + \frac{\partial v^{(2)}}{\partial x}, \ (x, y) \in (\Gamma^{(2)} \cup S^{(2)}), \qquad (2)$$

где: $\sigma_x^{(2)}$, $\sigma_y^{(2)}$ и $\tau_{xy}^{(2)}$ – компоненты тензора упругих напряжений; $\varepsilon_x^{(2)}$, $\varepsilon_y^{(2)}$ и $\gamma_{xy}^{(2)}$ – компоненты тензора упругих деформаций; $u^{(2)}$ и $v^{(2)}$ – составляющие вектора упругих перемещений вдоль осей OX и OY соответственно; $\rho^{(2)}$ – плотность материала; $C_p^{(2)}$ – скорость продольной упругой волны; $C_s^{(2)}$ – скорость поперечной упругой волны; $S^{(2)}(S_1^{(2)} \cup S_2^{(2)})$ – граничный контур тела $\Gamma^{(2)}$.

Систему (2) в области, занимаемой телом $\Gamma^{(2)}$, следует интегрировать при начальных и граничных условиях. Для решения краевой задачи используется метод конечных элементов в перемещениях.

Решение задачи о сосредоточенном упругом взрывном воздействии

Рассмотрим задачу о сосредоточенном упругом взрывном воздействии на границе воздушной и грунтовой сред (рис. 3–5).

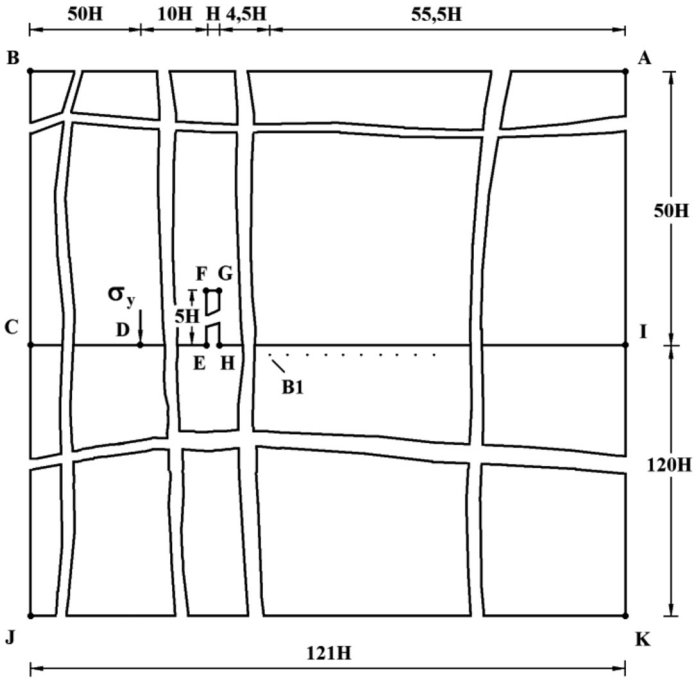

Рис. 3. Постановка задачи для сооружения (дымовая труба) при соотношении ширины к высоте один к пяти

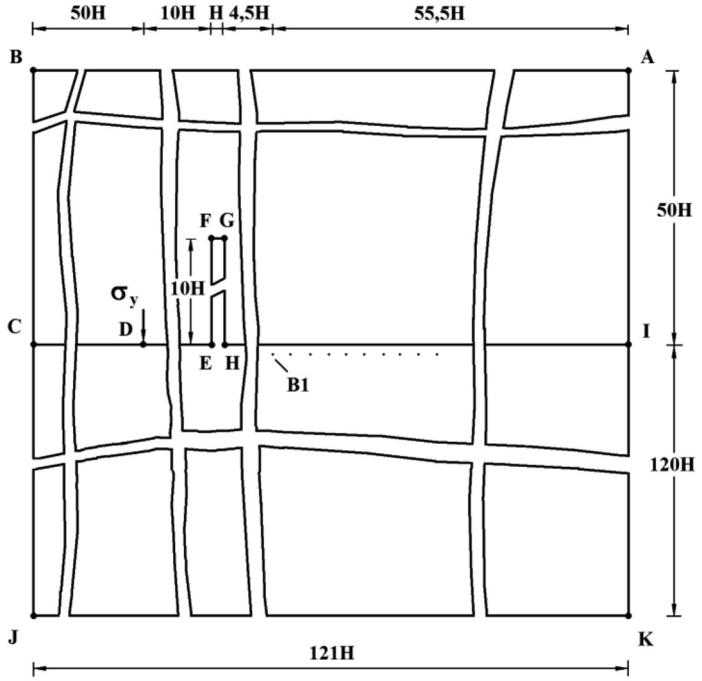

Рис. 4. Постановка задачи для сооружения (дымовая труба) при соотношении ширины к высоте один к десяти

В работе рассмотрены три варианта сооружения (дымовых труб): соотношение ширины к высоте один к пяти (рис. 3); соотношение ширины к высоте один к десяти (рис. 4); соотношение ширины к высоте один к пятнадцати (рис. 5).

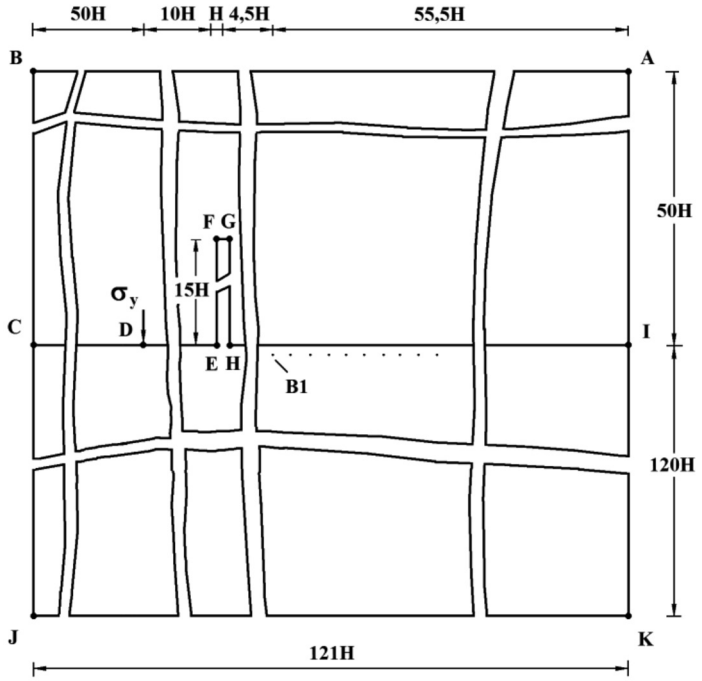

Рис. 5. Постановка задачи для сооружения (дымовая труба) при соотношении ширины к высоте один к пятнадцати

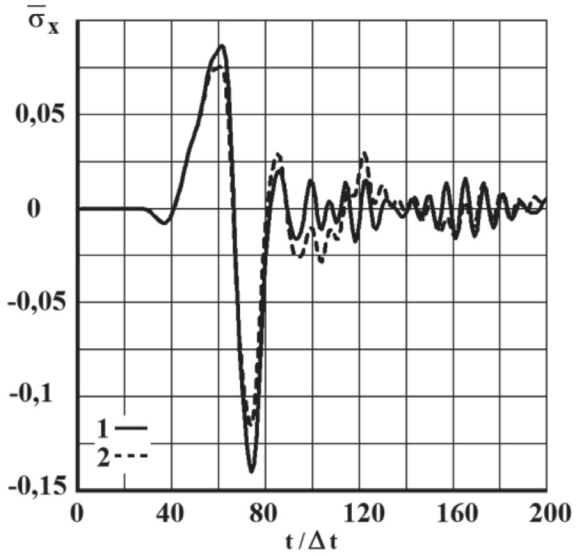

Рис. 6. Изменение упругого нормального напряжения $\overline{\sigma}_x$ во времени t/Δt в точке B1: 1 – в задаче без сооружения; 2 – в задаче с сооружением (дымовая труба) при соотношении ширины к высоте один к пяти

В точке D перпендикулярно поверхности грунтовой среды IHEDC приложено нормальное напряжение σ_y, которое при $0 \le n \le 10$ ($n = t/\Delta t$) изменяется линейно от 0 до P, а при $10 \le n \le 20$ изменяется от P до 0 ($P = \sigma_0$, $\sigma_0 = -0{,}1$ МПа (– 1 кгс/см^2)). Граничные условия для контура *ABCJKI* при $t > 0$ $u = v = \dot{u} = \dot{v} = 0$. Отраженные волны от контура *ABCJKI* не доходят до исследуемых точек при $0 \le n \le 200$. На границе *IHGFEDC* приняты условия непрерывности перемещений.

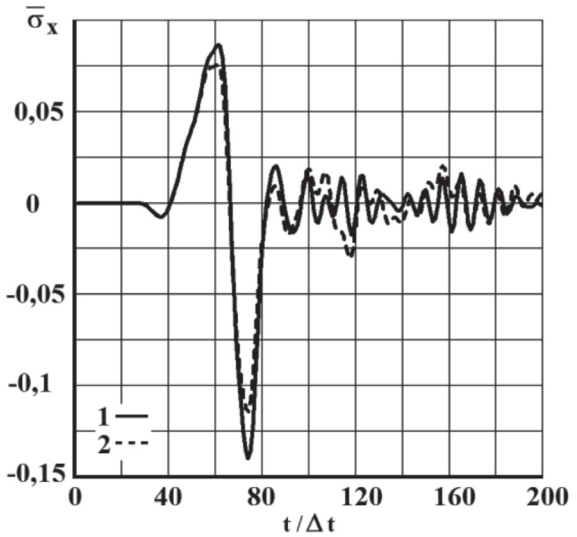

Рис. 7. Изменение упругого нормального напряжения $\overline{\sigma}_x$ во времени t/Δt в точке B1: 1 – в задаче без сооружения; 2 – в задаче с сооружением (дымовая труба) при соотношении ширины к высоте один к десяти

Для области *ABCDEFGHI* приняты следующие исходные данные: $H = \Delta x = \Delta y$; $\Delta t = 0{,}147\times10^{-4}$ с; $\rho = 1{,}22$ кг/м^3 ($1{,}22\times10^{-9}$ кгс с^2/см^4); $C_p = 340$ м/с. Для области *IHGFEDCJK* приняты следующие исходные данные: $H = \Delta x = \Delta y$; $\Delta t = 0{,}125\times10^{-4}$ с; $\rho = 1{,}469\times10^3$ кг/м^3 ($1{,}469\times10^{-6}$ кгс с^2/см^4); $C_p = 400$ м/с; $C_s = 250$ м/с. В расчетах принимается минимальный шаг по времени,

то есть $\Delta t = 0{,}125\times10^{-4}$ с. Исследуемая расчетная область имеет 20862 узловых точек. Решается система уравнений из 83448 неизвестных. На рис. 6–8 показано изменение упругого нормального напряжения $\overline{\sigma}_x$ ($\overline{\sigma}_x = \sigma_x / |\sigma_0|$) во времени n в точках $B1$, находящихся около свободной поверхности упругой полуплоскости.

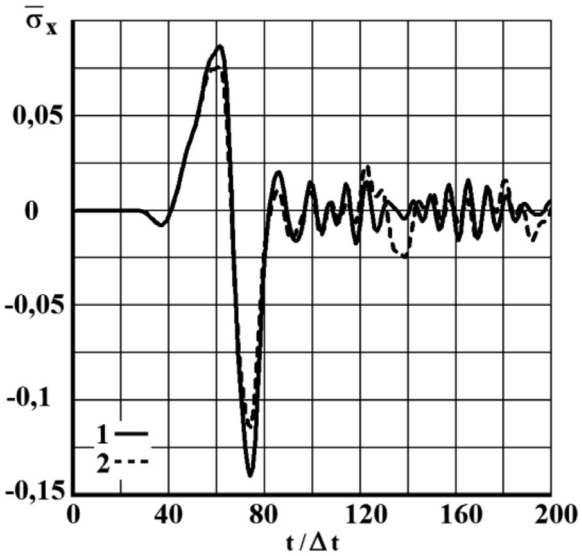

Рис. 8. Изменение упругого нормального напряжения $\overline{\sigma}_x$ во времени t/Δt в точке B1: 1 – в задаче без сооружения; 2 – в задаче с сооружением (дымовая труба) при соотношении ширины к высоте один к пятнадцати

Полученные результаты показывают, что дымовые трубы уменьшают нормальные напряжения на границе сред в окрестности сооружения.

Список литературы

1. Бишоп Р. Колебания. – М.: Наука, 1979. – 160 с.

2. Мусаев В.К. Численное решение волновых задач теории упругости и пластичности // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия прикладная математика и информатика. – 1997. – № 1. – С. 87–110.

3. Мусаев В.К. Численное моделирование задачи о воздействии сосредоточенной взрывной волны на свободной поверхности упругой полуплоскости // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2007. – № 1. – С. 38–44.

4. Мусаев В.К. Об оценке достоверности и точности численного решения нестационарных динамических задач // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2007. – № 3. – С. 48–60.

5. Мусаев В.К. Оценка достоверности и точности результатов вычислительного эксперимента при решении задач нестационарной волновой теории упругости // Научный журнал проблем комплексной безопасности. – 2009. – № 1. – С. 55–80.

6. Мусаев В.К. О моделировании безопасности технических объектов от взрывных воздействий // Стратегическая стабильность. – 2013. – № 1. – С. 69–72.

7. Мусаев В.К. О возможных сценариях развития аварий на гидротехнических сооружениях // Двойные технологии. – 2013. – № 2. – С. 19–22.

8. Мусаев В.К. Математическое моделирование отражения нестационарных упругих волн напряжений в виде треугольного импульса от свободной поверхности пластинки / В.К. Мусаев, С.В. Ситник, А.А. Тарасенко, В.Г. Ситник, М.В. Зюбина // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 9 (часть 7). – С. 1466–1470.

9. Мусаев В.К. О достоверности компьютерного моделирования нестационарных упругих волн напряжений в деформируемых телах сложной формы // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2014. – № 11 – С. 10–14.

10. http://www.stena.ee/blog/film_online/hirosima-i-nagasaki-posledstviya-vzryva-atomnoj-bomby-foto-i-video.